

Devoir Maison n°1 Terminale STMG Septembre 2016- A rendre pour le

Une entreprise fabrique un modèle de meuble en bois. Elle peut produire au maximum 100 meubles par jour.

Pour x meubles fabriqués et vendus, le coût de production journalier (exprimé en euros), noté $C(x)$, est donné par :

$$C(x) = 2,25x^2 - 6x + 20$$

Chaque meuble est vendu 299 €.

L'entreprise est ouverte cinq jours par semaine.

Le chef d'entreprise a réalisé la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D
1	x	Recette	Coût	Bénéfice
2	0	0	20	-20
3	10	2 990	185	2 805
4	20			
5	30			
6	40			
7	50			
8	60			
9	70			
10	80			
11	90			
12	100			

- Donner une formule qui, saisie dans la cellule B2, permet d'obtenir par recopie vers le bas, la recette en fonction du nombre de meubles fabriqués et vendus chaque jour.
 - Donner une formule qui, saisie dans la cellule C2, permet d'obtenir, par recopie vers le bas, le coût en fonction du nombre de meubles fabriqués et vendus chaque jour.
 - Calculer les valeurs associées aux cellules B7, C7 et D7.
- Montrer que le bénéfice journalier correspondant à la production et la vente de x meubles ($x \in [0 ; 100]$) est donné par

$$B(x) = -2,25x^2 + 305x - 20.$$

- Calculer $B'(x)$ et donner le tableau de variations de B sur $[0 ; 100]$.
- Combien de meubles faut-il produire et vendre pour réaliser un bénéfice journalier maximal ? Déterminer le bénéfice maximal que peut réaliser l'entreprise sur une période de quatre semaines.

Eléments de correction DM n°1 TSTMG septembre 2016

1. a) $= 299 \times A2$

b) $= 2,25 \times A2 \times A2 - 6 * A2 + 20$

en B7 : on obtient : $50 \times 299 = 14\ 950$

en C7 : on obtient : $2.25 \times 50^2 - 6 \times 50 + 20 = 5\ 345$

en D7 : on obtient : $14950 - 5345 = 9\ 605$

2. Bénéfice = recettes – coûts et $R(x) = 299x$ (recettes) $C(x) = 2.25x^2 - 6x + 20$ donc $B(x) = R(x) - C(x)$

$$B(x) = 299x - 2.25x^2 - 6x + 20 \text{ d'où } B(x) = -2.25x^2 + 305x + 20$$

3. si f est une fonction du second degré telle que $f(x) = ax^2 + bx + c$ alors on a sa fonction dérivée f' définie ainsi : $f'(x) = 2ax + b$

$$B(x) = -2.25x^2 + 305x + 20 \quad a=-2.25 \quad b=305 \quad c=20$$

$$\text{Donc } B'(x) = 2 \times (-2.25x) + 305 \text{ donc } B'(x) = -4.5x + 305$$

$$B'(x) = 0 \Leftrightarrow -4.5x + 305 = 0$$

$$-4.5x = -305$$

$$x = \frac{-305}{-4.5}$$

$$x = \frac{610}{9} \approx 67,78$$

$$B'(x) > 0 \Leftrightarrow -4.5x + 305 > 0$$

$$-4.5x > -305 \text{ et } -4,5 < 0$$

$$x < \frac{-305}{-4,5}$$

$$x < \frac{610}{9} \text{ donc } x \leq 67,8$$

Tableau de variation.

x	0	67,8	100	
Signe $B'(x)$		+	0	-
Variations de B			10356	
	20			8 020

$$B(0) = 20 \quad B\left(\frac{610}{9}\right) \approx 10356 \quad B(100) = 8\ 020 \quad (\text{avec la calculatrice})$$

4. Pour réaliser un bénéfice journalier maximal, il faut produire environ 68 meubles. Le bénéfice maximal journalier sera d'environ 10 356 euros. Comme l'entreprise est ouverte 5 jours par semaine, le bénéfice sera réalisé pour $4 \times 5 = 20$ jours. Il sera d'environ : $10\ 356 \times 4 = 41\ 424$