Récapitulatif Loi binomiale TES

Une expérience à deux issues, succès ou échec, est appelée « **épreuve de Bernoulli** ». La loi de Bernoulli de paramètre *p* est la loi de la variable aléatoire qui prend la valeur 1 en cas de succès et 0 en cas d'échec, où *p* désigne la probabilité du succès.
Notons X la variable aléatoire prenant la valeur 1 en cas de succès et 0 en cas d'échec. On dit que X suit une loi de Bernoulli.

x_i	1	0
$P(X = x_i)$	p	1-p

On parlera de « schéma de Bernoulli » lorsqu'on effectue une répétition d'épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes.

On considère une épreuve de Bernoulli de paramètre *p*. Un schéma de Bernoulli associé à *n* répétitions de cette épreuve peut être représenté par un arbre pondéré qui comporte *n* niveaux.

Définition : *Par définition, la loi binomiale de paramètres n et p, notée B(n, p), est la loi de la variable aléatoire X qui donne le nombre de succès dans la répétition de n épreuves de Bernoulli de paramètre p*

Propriété : *Soient un entier naturel n et un réel p de l'intervalle [0 ;1].*
La variable aléatoire X égale au nombre de succès dans la répétition de n épreuves de Bernoulli de paramètre p suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$ avec pour tout entier k compris entre 0 et n :

$$p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

Propriété : *Soient un entier naturel n et un réel p de l'intervalle [0 ;1].*

La variable aléatoire X égale au nombre de succès dans la répétition de n épreuves de Bernoulli de paramètre p suit la loi binomiale B(n,p) avec pour tout entier k compris entre 0 et n alors

$$E(X) = np$$

Exemple d'utilisation de la loi binomiale : voir page suivante

Mode opératoire calculatrice CASIO : voir mon site internet

https://www.ilovemaths.fr/1%C3%A8res/interactivit%C3%A9-notions-communes/

Savoir-Faire 1 : Calculer les probabilités d'une loi binomiale

Une urne contient 5 boules gagnantes et 7 boules perdantes. Une expérience consiste à tirer au hasard 4 fois de suite une boule et de la remettre.
On appelle X la variable aléatoire qui associe le nombre de tirage gagnant.
1) Prouver que X suit une loi binomiale.
2) Déterminer la loi de probabilité de X.
3) Calculer la probabilité d'obtenir 3 boules gagnantes.

Solutions :

1) On répète 4 fois **de manière identique et indépendante** une expérience à deux issues : boules gagnantes (5 issues) ; boules perdantes (7 issues).

Le **succès** est d'obtenir une boule gagnante.

La **probabilité du succès** sur un tirage est égale à $\frac{5}{12}$.

Les paramètres de la loi binomiale sont donc : $n = 4$ et $p = \frac{5}{12}$.

2) $P(X = k) = \binom{4}{k}\left(\frac{5}{12}\right)^{k}\left(\frac{7}{12}\right)^{4-k}$

3+1 = 4

3) $P(X = 3) = \binom{4}{3}\left(\frac{5}{12}\right)^{3}\left(\frac{7}{12}\right)^{1} = \binom{4}{3} \times \frac{125}{1728} \times \frac{7}{12} = \binom{4}{3} \times \frac{875}{20736}$