

## DM n° 3 TSTMG (facultatif)

A rendre pour le vendredi 18 janvier 2019 (dernier délai)

### Exercice 1 (6 points)

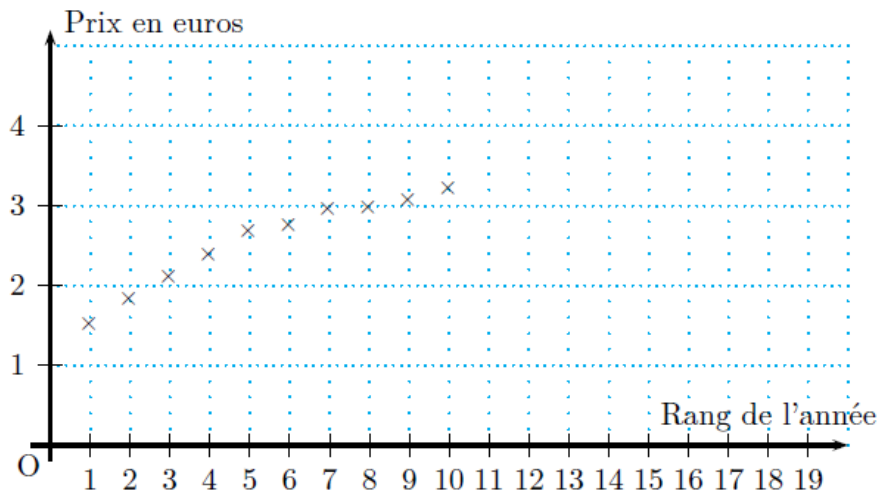
Dans cet exercice, les parties A, B et C sont indépendantes.

Le tableau suivant donne le prix moyen d'un paquet de cigarettes au 1<sup>er</sup> janvier de chaque année de 1991 à 2000. On sait de plus que, le 1<sup>er</sup> janvier 2012, le prix moyen d'un paquet de cigarettes était de 6,40 €.

Année	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Rang de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prix en euros	1,50	1,81	2,10	2,36	2,67	2,74	2,94	2,96	3,05	3,20

### Partie A

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthogonal du plan, les données du tableau sous la forme d'un nuage de points de coordonnées  $(x_i ; y_i)$  pour  $i$  variant de 1 à 10.



Soit les points A de coordonnées  $(0 ; 1,53)$  et B de coordonnées  $(5,5 ; 2,52)$ . On admet que la droite (AB) réalise un bon ajustement affine du nuage de points.

1. Justifier qu'une équation de la droite (AB) est  $y = 0,18x + 1,53$ . (*Leçon 4 : calculatrice*)
2. Selon ce modèle d'ajustement, quel est le prix moyen d'un paquet de cigarettes le 1<sup>er</sup> janvier 2012 ?  
Que peut-on penser du résultat obtenu ?

### Partie B

1. Calculer le taux d'évolution global, en pourcentage, du prix moyen d'un paquet de cigarettes entre le 1<sup>er</sup> janvier 2000 et le 1<sup>er</sup> janvier 2012.
2. En déduire le taux d'évolution annuel moyen du prix moyen d'un paquet de cigarettes entre le 1<sup>er</sup> janvier 2000 et le 1<sup>er</sup> janvier 2012. (*Leçon 1*)

*On donnera le résultat sous forme d'un pourcentage arrondi à l'unité près.*

## Partie C

On suppose que le prix moyen d'un paquet de cigarettes augmente de 6 % par an à partir du 1<sup>er</sup> janvier 2000. On note  $u_n$  le prix moyen d'un paquet de cigarettes pour l'année  $(2000 + n)$ .

On a donc  $u_0 = 3,20$ .

- (a) Calculer  $u_1$  puis  $u_2$ . On arrondira les résultats à  $10^{-3}$  près.  
(b) Déterminer et justifier la nature de la suite  $(u_n)$ . Préciser sa raison. (*Leçon 2*)
- (c) Exprimer le terme général  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- (d) Selon ce modèle d'évolution, le prix moyen d'un paquet de cigarettes dépasse-t-il 5 € le 1<sup>er</sup> janvier 2005 ? Justifier. (*Calculatrice : tableau de valeurs*)

## Exercice 2 (9 points)

Une entreprise fabrique des pièces mécaniques.

Le coût de production  $C$ , en euros, de  $x$  de ces pièces est donné, pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; 25]$ , par

$$C(x) = x^3 - 13,5x^2 + 60x + 1000.$$

Chaque pièce est vendue 270 euros.

Un tableur a été utilisé pour calculer les coûts et les recettes qui figurent sur la feuille de calcul donnée en annexe à rendre avec la copie.

Dans cette feuille de calcul, deux valeurs ont été effacées.

- Quel est le coût de production de 2 pièces ?
- (a) Quelle est la recette pour 2 pièces produites et vendues ?  
(b) Donner la formule qui a été saisie dans la cellule C2 puis recopiée vers le bas jusqu'à la cellule C27 pour obtenir la recette selon le nombre de pièces produites et vendues.
- Pour 5 pièces produites et vendues, l'entreprise fait-elle un gain ? Justifier.
- Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Pour quelles quantités de pièces produites et vendues l'entreprise réalise-t-elle un gain ?

On donnera la réponse sous la forme d'un intervalle.

Pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; 25]$ , le bénéfice est donné par :

$$B(x) = -x^3 + 13,5x^2 + 210x - 1000.$$

- (a) Calculer  $B'(x)$ . (*Leçon 5*)  
(b) Montrer que, pour  $x \in [0 ; 14]$ ,  $B'(x) \geq 0$  et que, pour  $x \in [14 ; 25]$ ,  $B'(x) \leq 0$ . ((*Leçon 7 : signe de  $ax^2 + bx + c$* ))
- Dresser le tableau des variations de la fonction  $B$  sur l'intervalle  $[0 ; 25]$ . (*Leçon 7*)
- Pour quelle quantité de pièces produites et vendues le bénéfice est-il maximal ?  
Quelle est alors la valeur de ce bénéfice ?

## Annexe à rendre avec la copie

## EXERCICE 1

<i>n</i>		1	2										
<i>u</i>	3,2	3,39											
<i>S</i>	3,2	6,59											

## EXERCICE 2

	A	B	C
1	Nombre de pièces	Coût en milliers d'euros	Recette en milliers d'euros
2	0	1 000,0	0
3	1	1 047,5	270
4	2		
5	3	1 085,5	810
6	4	1 088,0	1 080
7	5	1 087,5	1 350
8	6	1 090,0	1 620
9	7	1 101,5	1 890
10	8	1 128,0	2 160
11	9	1 175,5	2 430
12	10	1 250,0	2 700
13	11	1 357,5	2 970
14	12	1 504,0	3 240
15	13	1 695,5	3 510
16	14	1 938,0	3 780
17	15	2 237,5	4 050
18	16	2 600,0	4 320
19	17	3 031,5	4 590
20	18	3 538,0	4 860
21	19	4 125,5	5 130
22	20	4 800,0	5 400
23	21	5 567,5	5 670
24	22	6 434,0	5 940
25	23	7 405,5	6 210
26	24	8 488,0	6 480
27	25	9 687,5	6 750