DS TSTMG : 2018sujet de rattrapage du DS du 18 décembre 2018

Exercice 1. **7 points**

Le tableau ci-dessous donne le nombre de voitures neuves (en milliers) vendues en France durant les six premiers mois de l'année 2013.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
Rang du mois x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de ventes (en milliers) y_i	149	144	150	140	139	135

1. **a.** Représenter le nuage de points de la série $(x_i\ ;\ y_i)$ dans le repère fourni en annexe 1.

   b. Expliquer pourquoi ce nuage de points permet d'envisager un ajustement affine.

2. Déterminer à l'aide de la calculatrice une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. On arrondira au centième les coefficients.

3. On décide de modéliser l'évolution du nombre y de ventes de voitures neuves en fonction du rang x du mois par l'expression $y = -2,7x + 152$.

   a. Représenter graphiquement dans le repère fourni en annexe, la droite traduisant cette évolution.

   b. Quel nombre de ventes de voitures neuves pouvait-on prévoir pour le mois de décembre 2013 en utilisant ce modèle ?

   c. À partir de quel mois pouvait-on prévoir que le nombre de voitures neuves en France serait strictement inférieur à 130 000 véhicules ?

Exercice 2. **9 points**

Un entrepreneur lance sur le marché de nouvelles coques haut de gamme pour les téléphones mobiles.

Sur le graphique donné en annexe 2 sont tracées les courbes représentant les recettes (en trait plein) et les coûts (en pointillés), en fonction du nombre de produits fabriqués exprimé en centaines d'unités.
On admet que la fabrication est comprise entre 0 et 700 unités.
Les recettes et les coûts sont exprimés en milliers d'euros.

Partie A lecture graphique

Répondre aux questions suivantes en vous aidant du graphique de l'**annexe 2**.

1. Combien faut-il fabriquer de produits pour avoir une recette égale à 140 000 euros ?
2. Combien de produits doit-on fabriquer pour obtenir un bénéfice positif ou nul ?

Partie B étude du bénéfice

On modélise :

- les recettes par la fonction R définie sur $[0\,;7]$ par

$$R(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 62x,$$

- les coûts par la fonction C définie sur $[0\,;7]$ par

$$C(x) = 20x + 10.$$

1. Calculer la recette et le coût pour 300 produits fabriqués.
   En déduire le bénéfice correspondant.
2. On note B la fonction bénéfice.
   Donner l'expression de $B(x)$ sur l'intervalle $[0\,;7]$.
3. Vérifier que $B'(x) = -6x^2 + 9x + 42$ où B' désigne la fonction dérivée de la fonction B.
4. Étudier le signe de $B'(x)$. Donner le tableau de variations de B.
5. En déduire la valeur du bénéfice maximal ainsi que le nombre de produits à fabriquer pour l'obtenir.

Exercice 3. **4 points.**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, quatre réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte. Indiquer sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Chaque bonne réponse rapporte un point.
Aucun point n'est enlevé pour une réponse inexacte ou une absence de réponse.

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires annuel d'une entreprise pour les années comprises entre 2008 et 2013.

Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaire en milliers d'euros y_i	251	280	320	359	405	445
Indice (base 100 : 2008)	100	112	127	143	161	

1. Le taux global d'évolution du chiffre d'affaires de 2008 à 2013, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,1 %, est égal à :

   a. 43,6 % **b.** 77,3 % **c.** 177,3 % **d.** 44,4 %

2. Le taux d'évolution annuel moyen du chiffre d'affaires entre 2008 et 2013, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,1 %, est égal à :

   a. 9,7 % **b.** 12,1 % **c.** 12,2 % **d.** 15,5 %

3. L'indice correspondant à l'année 2013, arrondi à l'unité, est égal à :

   a. 144 **b.** 179 **c.** 176 **d.** 177

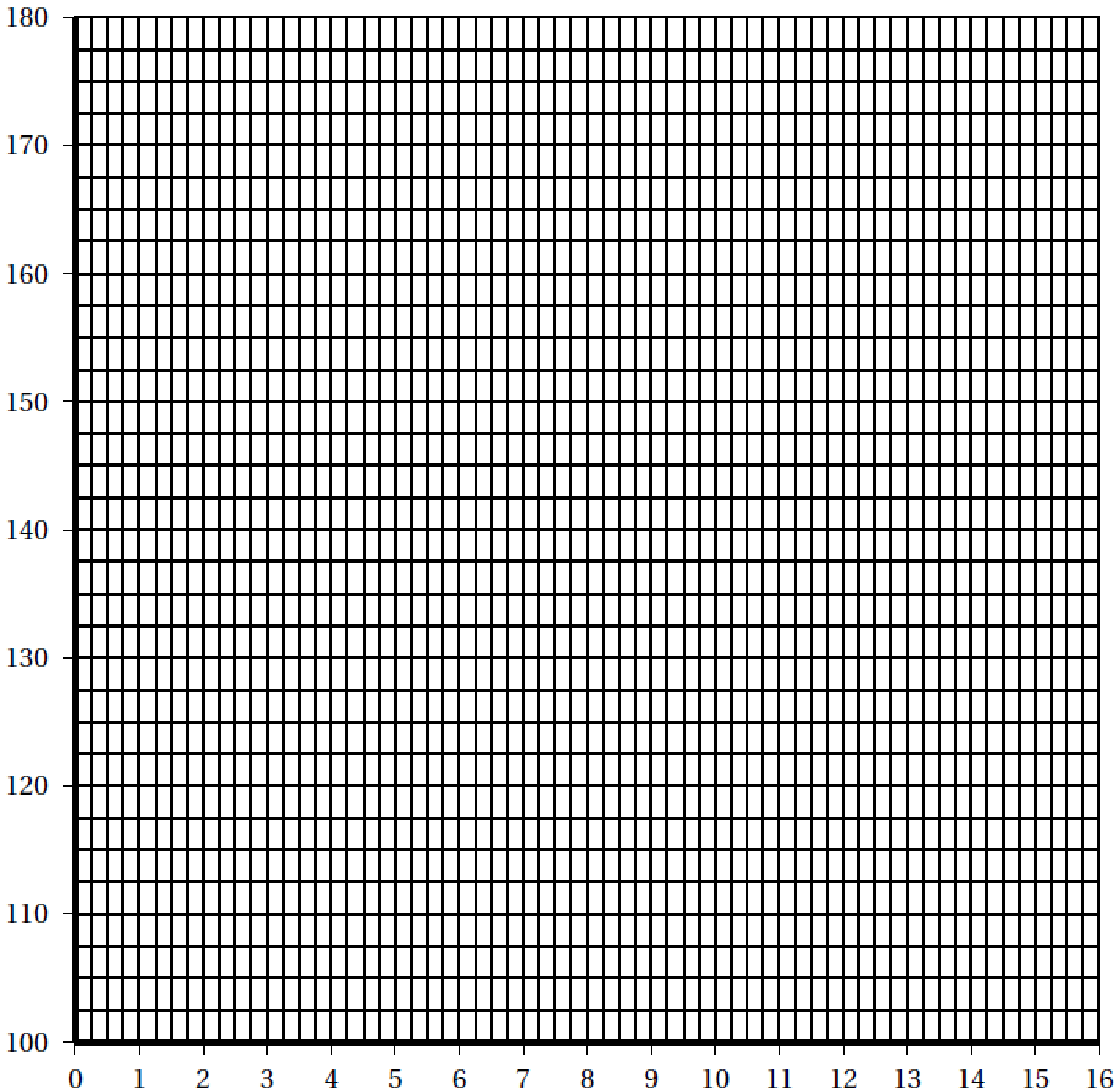
4. Une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, dans laquelle les coefficients ont été arrondis au dixième est :

   a. $y = 39,5x + 204,9$ **b.** $y = -21x + 208$
   c. $y = 40,2x + 58$ **d.** $y = 39,5x - 79157,6$

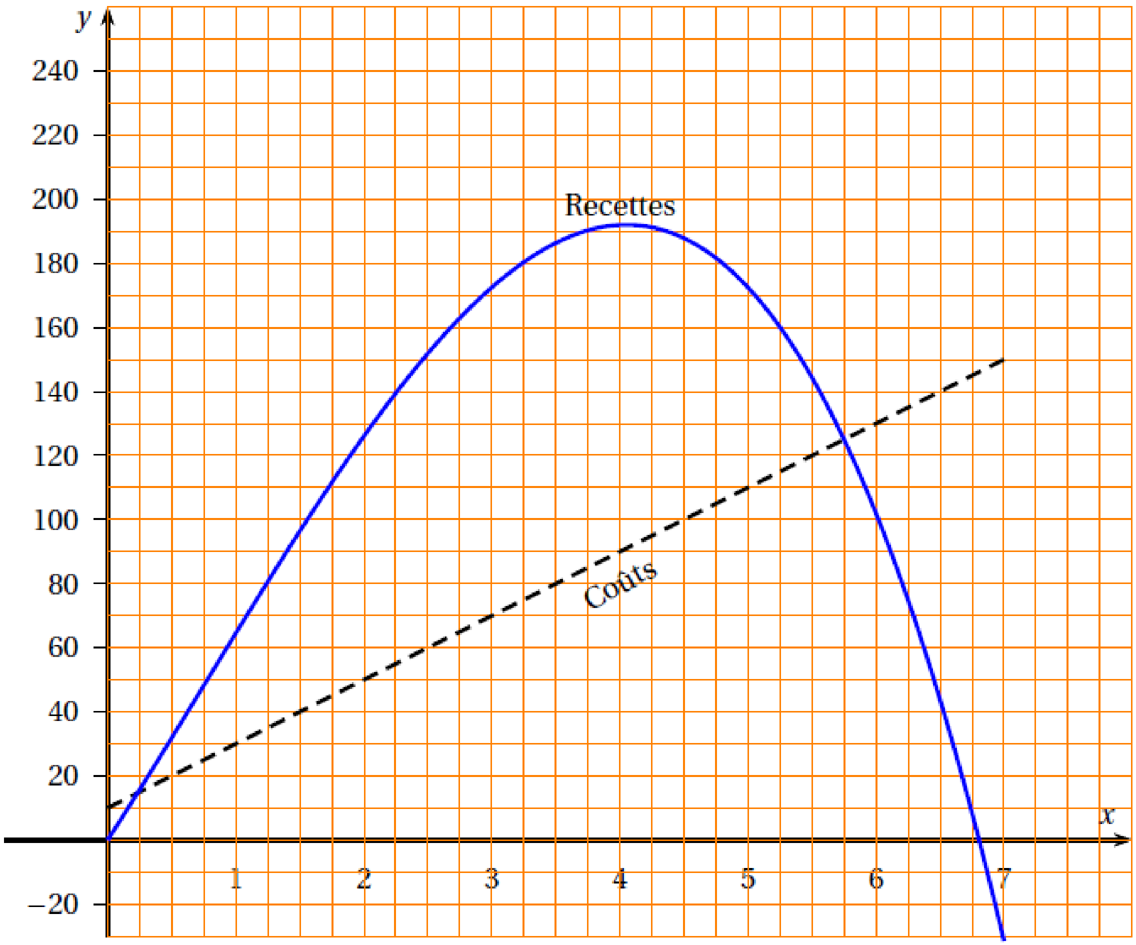
Nom, prénom : ………………………………………………………….

A RENDRE AVEC LA COPIE

Annexe 1 (exercice 1)



ANNEXE2



y
240
220
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
−20
x
1
2
3
4
5
6
7
Recettes
Coûts

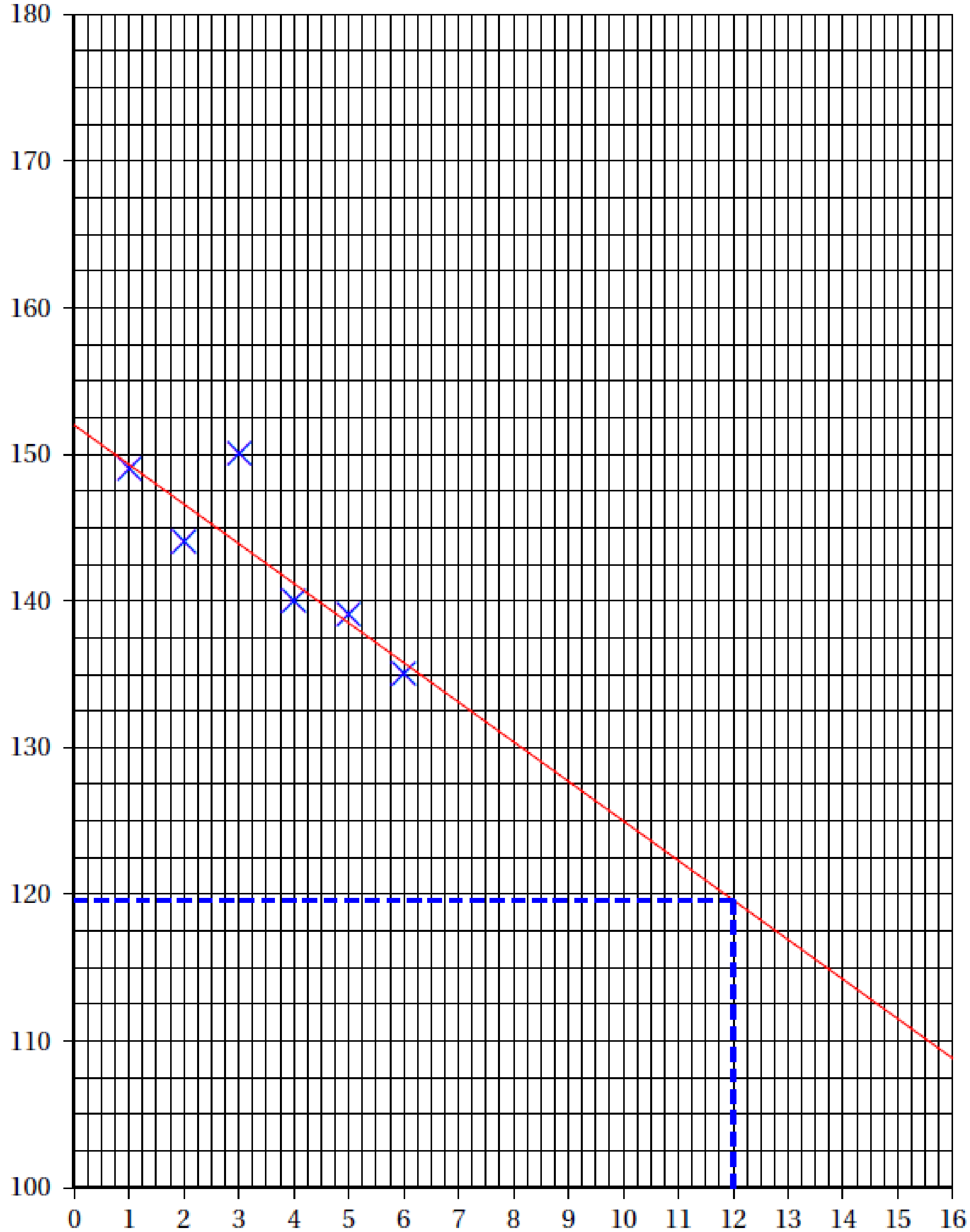
Éléments de correction.

Exercice 1 : exercice 2 Centres étrangers 17 juin 2014

Le tableau ci-dessous donne le nombre de voitures neuves (en milliers) vendues en France durant les six premiers mois de l'année 2013.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
Rang du mois x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de ventes (en milliers) y_i	149	144	150	140	139	135

1. **a.** Voilà le nuage de points de la série $(x_i\ ;\ y_i)$.



b. Ces points sont à peu près alignés (sauf un), donc on peut envisager un ajustement affine.

2. À la calculatrice, on calcule une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. On obtient : $\boxed{y = -2,71x + 162,3}$, en arrondissant les coefficients à 0,1 près.

3. On décide de modéliser l'évolution du nombre y de ventes de voitures neuves en fonction du rang x du mois par l'expression $y = -2,7x + 152$.

   a. La droite est tracée dans le repère ci-dessus.

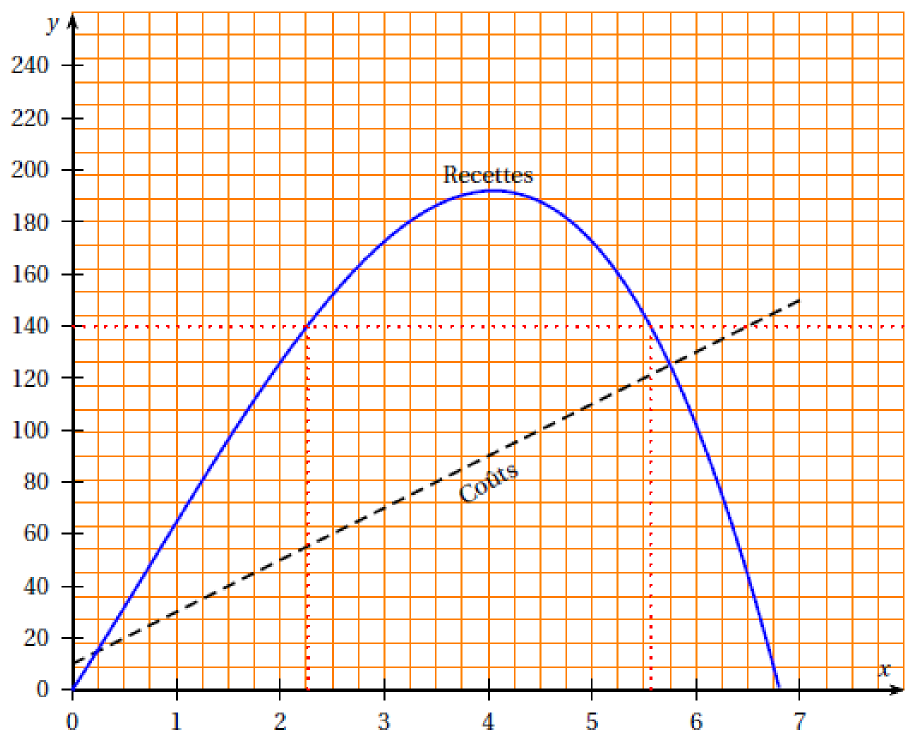
   b. Décembre 2013 correspond à $x = 12$. Nous pouvons lire sur le graphique l'ordonnée du point de la droite d'abscisses 12 ou remplacer x par 12 dans l'équation (plus précis).
   On obtient $y = -2,7 \times 12 + 152 = \boxed{119,6}$. On peut prévoir une vente de 119 600 voitures en décembre 2013.

   c. On résout l'inéquation $-2,7x + 152 < 130$.
   On en déduit $-2,7x < -22$, d'où, en divisant par le nombre négatif -2,7 :
   $x > \dfrac{22}{2,7} \approx 8,1$.
   On prend le premier nombre entier vérifiant cette condition, donc $x = 9$.
   On pouvait prévoir que le nombre de voitures neuves en France serait strictement inférieur à 130 000 véhicules à partir de septembre 2013.

Exercice 2 : exercice 4 Polynésie 17 juin 2014

Un entrepreneur lance sur le marché de nouvelles coques haut de gamme pour les téléphones mobiles.

Sur le graphique ci-dessous sont tracées les courbes représentant les recettes (en trait plein) et les coûts (en pointillés), en fonction du nombre de produits fabriqués exprimé en centaines d'unités.
On admet que la fabrication est comprise entre 0 et 700 unités.
Les recettes et les coûts sont exprimés en milliers d'euros.



Partie A lecture graphique

Répondre aux questions suivantes en vous aidant du graphique.

1. Graphiquement, on trouve que pour avoir une recette de 140 000 €, il faut fabriquer environ 2,3 centaines d'objets donc **230 objets** ou 5,6 centaines, soit **560 objets**.

2. Le bénéfice est positif ou nul tant que la recette est supérieure ou égale aux coûts, donc on regarde les abscisses de points pour lesquels la courbe des recettes est au-dessus de la courbe des coûts.
On trouve que x doit être compris approximativement entre 0,25 et 5,75 ; il faut donc fabriquer **entre 25 et 575 objets**.

Partie B étude du bénéfice

On modélise :

- les recettes par la fonction R définie sur $[0\,;\,7]$ par

$$R(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 62x,$$

- les coûts par la fonction C définie sur $[0\,;\,7]$ par

$$C(x) = 20x + 10.$$

1. 399 produits fabriqués correspondent à $x = 3$.
   $R(3) = 172,5$ et $C(3) = 70$.
   La recette correspondant à 300 objets est de **172,5 milliers d'euros** et le coût est de **70 milliers d'euros**.

   Le bénéfice correspondant est donc de **102,5 milliers d'euros**.

2. On note B la fonction bénéfice.

   Pour tout x, on a :
   $B(x) = R(x) - C(x) = \left(-2x^3 + 4,5x^2 + 62x\right) - (20x + 10) = -2x^3 + 4,5x^2 + 62x - 20x - 10 =$
   $B(x) = \boxed{-2x^3 + 4,5x^2 + 42x - 10}$.

3. $B'(x) = -2 \times 3x^2 + 4,5 \times 2x + 42 = \boxed{-6x^2 + 9x + 42}$.

4. $B''(x)$ est un polynôme du second degré.
   Le discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac$ avec $a = -6$, $b = 9$ et $c = 42$.
   $\Delta = 9^2 - 4 \times (-6) \times 42 = 1\,089 = 33^2$.
   Les deux solutions de l'équation $B((x) = 0$ sont
   $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-9 + 33}{-12} = \boxed{-2}$; $x_2 = \dfrac{-b + -\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-9 - 33}{-12} = \dfrac{42}{12} = \dfrac{7}{2} = \boxed{3,5}$.
   $B'(x)$ est du signe du coefficient de x^2, donc de -6 (négatif) à l'extérieur de l'intervalle formé par les solutions de l'équation $B'(x) = 0$, donc pour $x > 3,5$ (car -2 n'appartient pas à l'intervalle d'étude).
   On en déduit le signe de $B'(x)$ et les variations de B.

x	0		3,5		7
$B'(x)$		$+$	0	$-$	
$B(x)$	-10	$\nearrow$	$106,375$	$\searrow$	$-181,5$

5. Le bénéfice est maximal pour **350 objets fabriqués** et vaut **106 375 euros.**

Exercice 3 : exercice 1 Antilles Guyane 12 septembre 2014

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, quatre réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte. Indiquer sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Chaque bonne réponse rapporte un point.
Aucun point n'est enlevé pour une réponse inexacte ou une absence de réponse.

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires annuel d'une entreprise pour les années comprises entre 2008 et 2013.

Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaire en milliers d'euros y_i	251	280	320	359	405	445
Indice (base 100 : 2008)	100	112	127	143	161	

1. Le taux global d'évolution du chiffre d'affaires de 2008 à 2013, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,1 %, est égal à :

   a. ~~43,6 % ~~ **b.** $\boxed{77{,}3\,\%}$ **c.** ~~177,3 %~~ **d.** ~~44,4 %~~

2. Le taux d'évolution annuel moyen du chiffre d'affaires entre 2008 et 2013, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,1 %, est égal à :

   a. ~~9,7 %~~ **b.** $\boxed{12{,}1\,\%}$ **c.** ~~12,2 %~~ **d.** ~~15,5 %~~

3. L'indice correspondant à l'année 2013, arrondi à l'unité, est égal à :

   a. ~~144~~ **b.** ~~179~~ **c.** ~~176~~ **d.** $\boxed{177}$

4. Une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, dans laquelle les coefficients ont été arrondis au dixième est :

   a. $\boxed{y = 39{,}5x + 204{,}9}$ **b.** $\cancel{y = -21x + 208}$ **c.** $\cancel{y = 40{,}2x + 58}$ **d.** $\cancel{y = 39{,}5x - 79157{,}6}$