

Corrigé détaillé de l'exercice Fonction logarithme et application économique

(suite à vos questions lors de la visioconférence)

1. a) $f(x) = 2\ln(x) - \frac{x}{2}$

On calcule sa dérivée :

$$f'(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = \frac{2 \times 2}{x \times 2} - \frac{1 \times x}{2 \times x}$$

$$f'(x) = \frac{2 \times 2 - 1 \times x}{2x}$$

$$f'(x) = \frac{4-x}{2x}$$

b) Tableau de variation de f .

On va chercher le signe de $f'(x)$

1. Pour cela on résout $f'(x) = 0$

si $4 - x = 0$

$$-x = -4$$

$$x = 4$$

2. Y a-t-il une valeur interdite (une valeur de x pour laquelle on ne peut calculer $f(x)$) ?

On cherche quand le dénominateur s'annule :

$$2x = 0 \text{ donc } 2 \times x = 0 \text{ d'où } x = \frac{0}{2} \quad x = 0$$

mais le domaine est $]0 ; +\infty[$, le 0 est exclu donc on conclut qu'il n'y a pas de valeur interdite.

3. On va faire un tableau de signes : on cherche le signe du numérateur ($4 - x$) et le signe du dénominateur ($2x$)

signe du numérateur ($4 - x$) : $4 - x > 0 \quad -x > -4 \quad x < 4$ (on a multiplié chaque membre par -1 donc le sens de l'inéquation change)

Tableau de variation

	0	4	+infini
4-x	+	0	-
2x	+		+
f'(x)	+	0	-
f(x)		$4\ln 2 - 2$	

On calcule l'image de 4 par la fonction f avec $f(x) = 2\ln(x) - \frac{x}{2}$:

$$f(4) = 2\ln 4 - \frac{4}{2} \quad f(4) = 2\ln 4 - 2 = 2\ln 2^2 - 2 \quad f(4) = 2 \times 2\ln 2 - 2 = 4\ln 2 - 2$$