

3.

f est dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$ donc continue sur cet intervalle. Sur chacun des intervalles où f est strictement monotone, nous pouvons appliquer le théorème de la valeur intermédiaire :

- Sur l'intervalle $]0; 4[$ f est strictement croissante, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ et $f(4) \approx 0,77$ par conséquent, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $0 < x_1 < 4$
- Sur l'intervalle $]4; +\infty[$ f est strictement décroissante, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ et $f(4) \approx 0,77$ par conséquent, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $x_2 > 4$

L'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions.

4.

- a. Combien d'articles l'entreprise doit-elle produire par jour pour réaliser un bénéfice maximum ? Préciser alors ce bénéfice arrondi à l'euro près.

Le maximum de la fonction f est atteint pour $x = 4$ et $f(4) \approx 0,773$

Arrondi à l'euro près, le bénéfice maximum est de 773 € obtenu pour une production quotidienne de 40 articles.

- b. Combien d'articles l'entreprise doit-elle produire par jour pour ne pas travailler à perte ?

L'entreprise ne travaille pas à perte pour une production quotidienne de x dizaines d'articles telle que $f(x) \geq 0$. Or :

- Sur l'intervalle $[1; 4]$ f est strictement croissante et $f(x_1) = 0$. Par conséquent, pour tout réel $x \in [x_1; 4]$, $f(x) \geq 0$
- Sur l'intervalle $[4; 10]$ f est strictement décroissante et $f(x_2) = 0$. Par conséquent, pour tout réel $x \in [4; x_2]$, $f(x) \geq 0$

Ainsi, l'ensemble solution de l'inéquation $f(x) \geq 0$ est $S = [x_1; x_2]$

Or les troncatures au dixième près de x_1 et x_2 , obtenues à la calculatrice, sont $x_1 \approx 1,4$ et $x_2 \approx 8,6$. D'où en tenant compte des variations de la fonction f , $x_1 > 1,4$ et $x_2 \leq 8,6$.

L'entreprise ne travaille pas à perte avec une production quotidienne comprise entre 15 et 86 articles.

Exercice et éléments de correction extraits du site :

http://yallouz.arie.free.fr/terminale_controles/2010-2011_c4/cont4_2010_2011.php?page=sujet