Eléments de correction des exercices 91 p 182 et 135 p 185 du livre

(extraits du livre du professeur + quelques commentaires ajoutés en bleu suite à la visioconférence)

91. *Déterminer le plus petit nombre entier positif n solution de l'inéquation suivante :*

1. $(1,036)^n \geq 1,5$

$1,036 > 0$ et $1,5 > 0$, on peut donc utiliser la fonction ln. De plus, comme la fonction ln est strictement croissante sur $]0;+\infty[$ alors on peut utiliser la propriété : $a \geq b$ est équivalent à $\ln a \geq \ln b$ (avec $a > 0$ et $b > 0$)

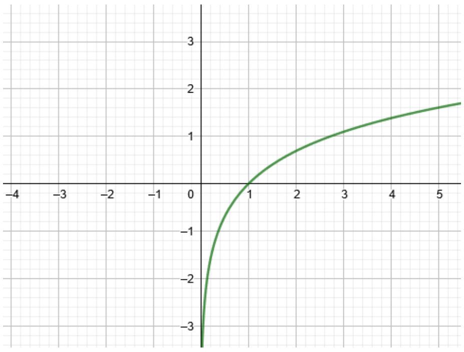
$\ln(1,036)^n \geq \ln(1,5)$ si on a $\ln a^n = n \ln a$

$n \times \ln 1,036 \geq \ln 1,5$ mais on doit se demander si ln1,036 est positif ou négatif ???

Si x est inférieur à 1 alors $\ln x > 0$

Si $x > 1$ alors $\ln x$ est supérieur à 0

Ici <u>on conclut que</u> $\ln 1,036 > 0$



$n \times \ln 1,036 \geq \ln 1,5$ devient $n \geq \frac{\ln 1,5}{\ln 1,036}$

$\frac{\ln 1,5}{\ln 1,036} \approx 11,4$ donc on prend la première valeur de n (entier naturel) supérieure à 11, 4 : <u>c'est 12</u>

2. $(1,4)^n \geq 3$

$1,4^n > 0$ et $3 > 0$, on peut donc utiliser la fonction ln. De plus, comme la fonction ln est strictement croissante sur $]0;+\infty[$ alors on peut utiliser la propriété : $a \geq b$ est équivalent à $\ln a \geq \ln b$ (avec $a > 0$ et $b > 0$)

$\ln(1,4)^n \geq \ln 3$; $n\ln(1,4) \geq \ln 3$; on sait que ln 1,4 > 0 donc le sens de l'inéquation ne change pas !

$n \geq \frac{\ln 3}{\ln(1,4)} \approx 3,27$. On prend $n = 4$.

3. $(0,5)^n \leq 0,2$

$0,5^n > 0$ et $0,2 > 0$, on peut donc utiliser la fonction ln. De plus, comme la fonction ln est strictement croissante sur $]0;+\infty[$ alors on peut utiliser la propriété : $a \leq b$ est équivalent à $\ln a \leq \ln b$ (avec $a > 0$ et $b > 0$)

$\ln(0,5)^n \leq \ln(0,2)$; $n\ln(0,5) \leq \ln(0,2)$

$0,5 < 1$, d'où : $\ln(0,5) < 0$. **<u>Le sens de l'inégalité change, bien faire attention ici !!!</u>**

$n \geq \frac{\ln(0,2)}{\ln(0,5)} \approx 2,3$. On prend $n = 3$.

4. $(0,9)^n \leq 0,75$

$0,9^n > 0$ et $0,75 > 0$, on peut donc utiliser la fonction ln. De plus, comme la fonction ln est strictement croissante sur $]0;+\infty[$ alors on peut utiliser la propriété : $a \leq b$ est équivalent à $\ln a \leq \ln b$ (avec $a > 0$ et $b > 0$)

$n \geq \frac{\ln(0,75)}{\ln(0,9)} \approx 2,73$. On prend $n = 3$.

<u>En divisant par $\ln 0,9$, le sens de l'inégalité change car $\ln 0,9$ est négatif</u>

135.

a) $f(t) = 3t + 1 - 3lnt$

$f'(t) = 3 + 0 - 3 \times \frac{1}{t}$

a) $f'(t) = 3 - \dfrac{3}{t}$;

b) $f(x) = x^2 + 1 + 2lnx$

b) $f'(x) = 2x + \dfrac{2}{x}$;

c) $f(x) = \frac{x^3}{3} + 38x - 80xlnx$ Il y a un piège !!!!!

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 38x - 80xlnx$

1. Attention, quand on $-80xlnx$ à dériver, il faut penser que c'est un produit

On va utiliser la propriété $(uv)' = u'v + uv'$

On va dériver $-80x \times lnx$: forme $(u \times v)$

On pose $u(x) = -80x$ $u'(x) = -80$

$v(x) = lnx$ $v'(x) = \frac{1}{x}$

$(uv)' = u'v + uv'$ donc $(-80x \times lnx)' = -80 \times lnx + (-80x) \times \frac{1}{x}$

$(-80x \times lnx)' = -80lnx - \frac{80x}{x}$ on peut simplifier par x

$(-80x \times lnx)' = -80lnx - 80$

2. puis maintenant, on va dériver toute la fonction f

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 38x - 80xlnx$

$f'(x) = \frac{1}{3} \times 3x^2 + 38 - 80lnx - 80$ la dérivée de $x^n = nx^{n-1}$

$f'(x) = x^2 - 80 \ln x - 42$