

Test sur les fonctions ln et exponentielle BTS-CG1

Merci de détailler votre réponse en précisant votre raisonnement et les calculs nécessaires pour répondre à la question (sauf pour la question 1).

Question 1. Choisissez la bonne réponse pour la question 1.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x}{e^x}$.

Une autre expression de $f(x)$ est :

- a. $f(x) = \frac{e^{-x}}{-x}$
- b. $f(x) = -xe^{-x}$
- c. $f(x) = \frac{e^{-x}}{x}$
- d. $f(x) = xe^{-x}$

Question 2. Pour cette question, il vous est demandé de choisir la bonne réponse et de résoudre l'équation afin de la vérifier.

L'équation $\ln 5 + \ln(x+1) = 1$ a pour solution :

- a. $x = e - 6$
- b. $x = -1$
- c. $x = \frac{1}{5}e - 1$
- d. $x = -0,5$

Question 3. Pour cette question, il vous est demandé de choisir la bonne réponse et d'effectuer les calculs de manière détaillée afin de la vérifier.

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 2\ln(x) - x$. Le nombre $f'(2)$ est égal à :

- a. -1
- b. 0
- c. $2\ln 2 - 2$
- d. $2\ln 2 - 1$

Question 4. Pour cette question, il vous est demandé de choisir la bonne réponse et d'effectuer les calculs de manière détaillée afin de la vérifier.

Le plus petit entier naturel n solution de l'inéquation $2^n > 175$ est :

- a. $n = \ln\left(\frac{175}{2}\right)$
- b. $n = 7$
- c. $n = 8$
- d. $n = \ln 175 - \ln 2$

Question 5. Pour cette question, il vous est demandé de choisir la bonne réponse et d'effectuer les calculs de manière détaillée afin de la vérifier.

Une des solutions de l'inéquation $1 - 0,85^n > 0,99$ d'inconnue n entier naturel est :

- a. 28
- b. 29
- c. $\frac{\ln 0,85}{\ln 0,01}$
- d. 28,336

Question 6. Simplifier les écritures suivantes :

$$A = \ln 2 + \ln \frac{1}{2} - \ln(e^{-2})$$

$$B = \ln(3^2) + \ln 3 - \ln \sqrt{3} \quad (\text{on rappelle que } \sqrt{x} \text{ s'écrit également } x^{0,5})$$

$$C = \frac{\ln(e^{-2})}{\ln(e^{-1})} - \ln(2e)$$

$$D = \ln 125 - \ln 81 - \ln \frac{3}{5} + 2\ln 25 \quad (\text{on pourra donner le résultat en fonction de } \ln 5)$$

Question 7. Soit la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = (2x - 3)\ln x$. Déterminer la fonction dérivée de f (détailler les étapes) et étudier les variations de f sur son domaine, que vous préciserez.