

# Chapitre 8 Suites géométriques

## Objectifs de ce chapitre (extrait des programmes) :

- Les suites arithmétiques comme modèles discrets d'évolutions absolues constantes (croissance linéaire) et les suites géométriques (à termes strictement positifs) comme modèles discrets d'évolutions relatives constantes (croissance exponentielle) :
  - relation de récurrence ;
  - sens de variation ;
  - représentation graphique.

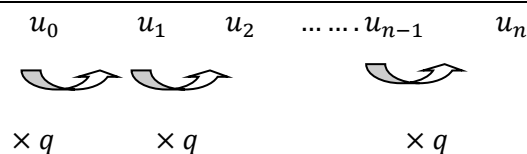
### Activité

Pour la naissance de Cécile, ses parents ouvrent un compte en banque au taux fixe annuel de 5%. Ils y placent 500 euros et n'y toucheront plus jusqu'à la majorité de leur fille.

1. a) Combien aura Cécile sur son compte à son premier anniversaire ? A son deuxième ?  
b) A un de ses anniversaires, Cécile dispose de 670,05 euros sur son compte. Quelle somme aura-t-elle l'année suivante ?  
c) A quel âge aura-t-elle plus de 700 euros sur son compte ?
2. a) On appelle  $v_n$  la somme d'argent en banque à son  $n^{\text{ième}}$  anniversaire. Que valent  $v_0$  et  $v_1$  ?  
b) Ecrire une relation liant  $v_{n+1}$  et  $v_n$ .  
c) Donner une formule permettant de calculer directement  $v_n$  en fonction de  $n$ .

## I. Définition et propriétés

**Définition :** Une suite est géométrique lorsque chacun des termes s'obtient en multipliant le terme précédent toujours par un même nombre réel. Si  $(u_n)$  est une suite alors on a  $u_{n+1} = u_n \times q$   $q$  étant la raison de la suite géométrique.



### Exemple concret :

On place un capital de 500€ sur un compte dont les intérêts annuels s'élève à 4% (intérêts composés).

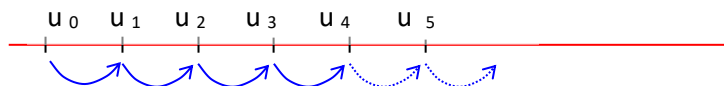
Chaque année, le capital est multiplié par un  $CM = 1 + \frac{4}{100} = 1,04$

Ce capital suit une progression géométrique de raison 1,04.

**Propriétés (admisses) :**  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison  $q$  et de premier terme  $u_0$ .

1. Pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $u_n = u_0 \times q^n$ .

2. Pour tous les entiers naturels  $n$  et  $p$ , on a :  $u_n = u_p \times q^{n-p}$



Exemples :

$(u_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $u_0 = 2$  et de raison  $q = 4$

1) Calculer les 4 premiers termes de la suite.

$$u_0 = 2 \quad u_1 = u_0 \times 4 \quad u_1 = 2 \times 4 = 8 \quad u_2 = 8 \times 4 = 32 \quad u_3 = 32 \times 4 = 128$$

2) Calculer le terme  $u_{36}$

$$u_n = u_0 \times q^n. \quad u_{36} = 2 \times 4^{36} = 9,4 \times 10^{31}$$

3) Calculer le 100<sup>ème</sup> terme de la suite.

$$u_{99} = 2 \times 4^{99} = 8 \times 10^{59}$$

## II. Sens de variation

**Propriétés (admisses) :**  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison  $q$  (strictement positive) et de premier terme  $u_0$  strictement positif

1. Si  $q > 1$  alors  $(u_n)$  est strictement croissante.

2. Si  $0 < q < 1$  alors  $(u_n)$  est strictement décroissante.

3. Si  $q = 1$  alors  $(u_n)$  est constante.

Exemples :

- $(u_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $u_0 = 2$  et de raison  $q = 4$

On a le premier terme positif et la raison  $q$  qui est supérieure à 1 donc cette suite est strictement croissante.

- $(v_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $v_0 = 1$  et de raison  $q = 6$

On a le premier terme positif et la raison  $q$  qui est supérieure à 1 donc cette suite est strictement croissante.

- $(w_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $v_0 = 6$  et de raison  $q = 1$

On a le premier terme positif et la raison  $q$  est égale à 1 donc cette suite est constante.

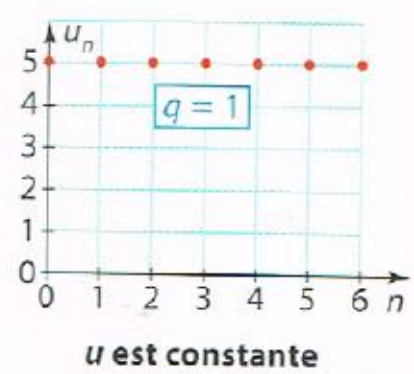
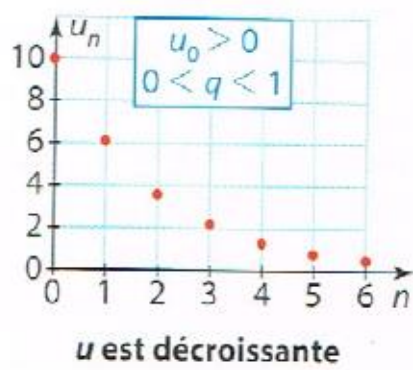
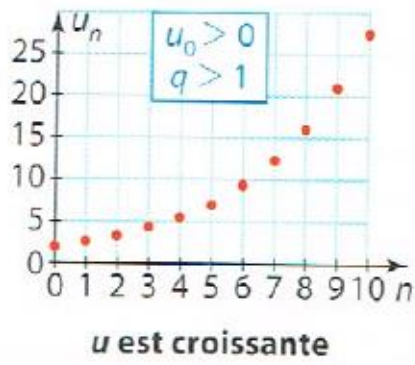
- $(l_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $l_0 = 2$  et de raison  $q = 0,3$

On a le premier terme positif et la raison  $q$  est comprise entre 0 et 1 donc cette suite est strictement décroissante.

- $(a_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $a_0 = 10$  et de raison  $q = \frac{2}{7}$

On a le premier terme positif et la raison  $q$  est comprise entre 0 et 1 ( $\frac{2}{7} \approx 0,29$ ) donc cette suite est strictement décroissante

### III. Représentation graphique et évolution exponentielle



On dit que ces suites ont une **évolution exponentielle**.